کنترل پذیری خروجی و کنترل پذیری تابعی

مثال ۴-۱۰ سیستم دو ورودی و دو خروجی زیر را درنظر بگیرید

$$\begin{bmatrix} y_1(s) \\ y_2(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_{11}(s) & g_{12}(s) \\ g_{21}(s) & g_{22}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1(s) \\ u_2(s) \end{bmatrix}$$

اگر سیستم کنترل‌پذیر تابعی نباشد، داریم

$$g_{11}(s)g_{22}(s) = g_{12}(s)g_{21}(s)$$

لذا

$$\begin{aligned} y_2(s) &= g_{21}(s)u_1(s) + g_{22}(s)u_2(s) \\ &= g_{21}(s)u_1(s) + \frac{g_{12}(s)g_{21}(s)}{g_{11}(s)}u_2(s) \\ &= \frac{g_{21}(s)\left(g_{11}(s)u_1(s) + g_{12}(s)u_2(s)\right)}{g_{11}(s)} \\ &= \frac{g_{21}(s)}{g_{11}(s)}y_1(s) \end{aligned}$$

این معادله نشان می‌دهد که $y_1(s)$ و $y_2(s)$ به هم وابسته‌اند و نمی‌توان دو خروجی را به طور مستقل از هم کنترل کرد و بنابراین سیستم کنترل‌پذیر تابعی نیست.

41

نظریه تحقق در سیستم های چندمتغیره

تحقق می نیمال: تحقق (A,B,C,D) از ماتریس تابع تبدیل $G(s)$ را می نیمال گویند اگر ابعاد ماتریس A برای توصیف سیستم حداقل باشد.

توجه: تحقق های می نیمال یک سیستم منحصر به فرد نیستند.

توجه: یک تحقق می نیمال است اگر و فقط اگر کاملا کنترل پذیر حالت و رؤیت پذیر حالت باشد.

تحقق های کانونیکال در سیستم های SISO

- تحقق کانونیکال کنترل پذیری
- تحقق کانونیکال رؤیت پذیری
- تحقق کانونیکال کنترل کننده
- تحقق کانونیکال رؤیتگر
- تحقق قطری، گیلبرت یا نرمال

42

نظریه تحقق در سیستم های چندمتغیره

تحقق می نیمال: تحقق (A,B,C,D) از ماتریس تابع تبدیل $G(s)$ را می نیمال گویند اگر ابعاد ماتریس A برای توصیف سیستم حداقل باشد.

توجه: تحقق های می نیمال یک سیستم منحصر به فرد نیستند.

توجه: یک تحقق می نیمال است اگر و فقط اگر کاملا کنترل پذیر حالت و رؤیت پذیر حالت باشد.

تحقق های کانونیکال در سیستم های SISO

– تحقق کانونیکال کنترل پذیری
– تحقق کانونیکال رؤیت پذیری
– تحقق کانونیکال کنترل کننده
– تحقق کانونیکال رؤیتگر
– تحقق قطری، گیلبرت یا نرمال

تحقق سیستم های چند ورودی-چند خروجی

• *تحقق سیستم های SIMO:*

$$G(s)=\begin{bmatrix}\frac{n_1(s)}{a_1(s)}\\ \frac{n_2(s)}{a_2(s)}\\ \vdots\\ \frac{n_m(s)}{a_m(s)}\end{bmatrix}=\frac{1}{a(s)}\begin{bmatrix}b_1(s)\\ b_2(s)\\ \vdots\\ b_m(s)\end{bmatrix}$$

$$b_i(s)=b_{in-1}s^{n-1}+\cdots+b_{i1}s+b_{i0}$$
$$a(s)=s^n+a_{n-1}s^{n-1}+\cdots+a_1s+a_0$$

تحقق به صورت کانونیکال کنترل کننده:

$$\dot{x}(t)=\begin{bmatrix}0 & 1 & 0 & \cdots & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0 & \vdots\\ \vdots & & & & 0\\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 1\\ -a_0 & -a_1 & -a_2 & \cdots & -a_{n-1}\end{bmatrix}x(t)+\begin{bmatrix}0\\0\\ \vdots\\0\\1\end{bmatrix}u(t)$$

$$y(t)=\begin{bmatrix}b_{10} & b_{11} & \cdots & b_{1n-1}\\ b_{20} & b_{21} & \cdots & b_{2n-1}\\ \vdots & \vdots & & \vdots\\ b_{m0} & b_{m0} & \cdots & b_{mn-1}\end{bmatrix}x(t)$$

مثال

مثال ۴-۶- تحقق کانونیکال کنترل‌کننده تابع تبدیل زیر را بدست آورید

$$G(s)=\begin{bmatrix} \dfrac{1}{(s^2+1)(s+1)} \\ \dfrac{s}{(s+1)(s+2)} \end{bmatrix}$$

تابع تبدیل را به‌صورت داده شده در معادله (۴-۵-۲) می‌نویسیم

$$G(s)=\begin{bmatrix} s+2 \\ s(s^2+1) \end{bmatrix} 1/(s^2+1)(s+1)(s+2)$$

بنابراین از معادله‌های (۴-۵-۳) و (۴-۵-۴) داریم

$$b_1(s)=s+2$$
$$b_2(s)=s^3+s$$
$$a(s)=(s^2+1)(s+1)(s+2)=s^4+3s^3+3s^2+3s+2$$

بنابراین معادله‌های (۴-۵-۷) می‌دهند

$$A_c=\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -2 & -3 & -3 & -3 \end{bmatrix} \quad b_c=\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad C_c=\begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

تحقق سیستم های چند ورودی-چند خروجی

- *تحقق سیستم های **MISO**:*

$$G(s)=\begin{bmatrix} \dfrac{n_1(s)}{a_1(s)} & \cdots & \dfrac{n_m(s)}{a_m(s)} \end{bmatrix}=\frac{1}{a(s)}\begin{bmatrix} b_1(s) & \cdots & b_m(s) \end{bmatrix}$$

$$b_i(s)=b_{in-1}s^{n-1}+\cdots+b_{i1}s+b_{i0}$$
$$a(s)=s^n+a_{n-1}s^{n-1}+\cdots+a_1s+a_0$$

تحقق به صورت کانونیکال رؤیتگر:

$$\dot{x}(t)=\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \cdots & -a_0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & -a_1 \\ \vdots & 1 & & & \vdots \\ 0 & 0 & \ddots & 0 & -a_{n-2} \\ 0 & \vdots & & 1 & -a_{n-1} \end{bmatrix}x(t)+\begin{bmatrix} b_{10} & b_{20} & \cdots & b_{m0} \\ b_{11} & b_{21} & \cdots & b_{m1} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ b_{1n-1} & b_{2n-1} & \cdots & b_{mn-1} \end{bmatrix}u(t)$$

$$y(t)=\begin{bmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \end{bmatrix}x(t)$$

مثال

مثال ۴-۷- تحقق‌کانونیکال رؤیتگر تابع تبدیل زیر را بدست آوردید

$$G(s)=\left[\frac{1}{s^2} \quad \frac{s+3}{(s+1)(s+2)}\right]$$

ابتدا تابع تبدیل را به صورت داده شده در معادله (۴-۵-۱۰) می‌نویسیم

$$G(s)=[(s+1)(s+2) \quad s^2(s+3)]/s^2(s+1)(s+2)$$

بنابراین از معادلات (۴-۵-۱۱) و (۴-۵-۱۲)، داریم

$$b_1(s)=s^2+3s+2$$
$$b_2(s)=s^3+3s^2$$
$$a(s)=s^4+3s^3+2s^2$$

بنابراین، معادلات (۴-۵-۱۵) می‌دهند

$$A_o=\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & -3 \end{bmatrix} \quad B_o=\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 3 & 0 \\ 1 & 3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$c_o=[0 \quad 0 \quad 0 \quad 1]$$

47

نظریه تحقق در سیستم های چندمتغیره

تحقق های غیر می نیمال سیستم های MIMO

نمایش ستونی (یا به طور مشابه) ردیفی ماتریس تابع تبدیل:

$$G(s)=[g_1(s) \quad \cdots \quad g_m(s)]$$

$$g_{ij}(s)=\frac{\beta_1^{ij}s^{\delta_j-1}+\beta_2^{ij}s^{\delta_j-2}+\cdots+\beta_{\delta_j}^{ij}}{s^{\delta_j}+\alpha_1^j s^{\delta_j-1}+\cdots+\alpha_{\delta_j}^j}$$

$$\beta^{ij}=\begin{bmatrix}\beta_{\delta_j}^{ij} \\ \beta_{\delta_j-1}^{ij} \\ \vdots \\ \beta_1^{ij}\end{bmatrix}$$

$$\alpha^j=\begin{bmatrix}\alpha_{\delta_j}^{j} \\ \alpha_{\delta_j-1}^{j} \\ \vdots \\ \alpha_1^{j}\end{bmatrix}$$

48