$$\bar{y} = \frac{\int_A y\,dA}{A} \quad , \quad \bar{x} = \frac{\int_A x\,dA}{A}$$

محل برخورد دو محور مرکزی $\bar{x}$ و $\bar{y}$ را مرکز سطح می‌نامیند.

در یک صفحه نازک و یکنواخت مرکز سطح با مرکز ثقل منطبق است.

$$I_{x-x} = \int_A y^2 dA \quad , \quad I_{y-y} = \int_A x^2 dA$$

گشتاورهای دوم سطح نسبت به محورهای مختصات یا لختی

گشتاورهای دوم سطح همیشه مثبت و صفر می‌شوند.

I_G: گشتاور دوم سطح نسبت به محور مرکزی است که موازی محور x است.

$$I_G = \int_A (y-\bar{y})^2 dA = I_{x-x} - \bar{y}^2 A$$
$$\rightarrow I_{x-x} = I_G + \bar{y}^2 A$$

I_C: گشتاور دوم سطح نسبت به محور مرکزی که موازی محور y است.

$$I_C = \int_A (x-\bar{x})^2 dA = I_{y-y} - \bar{x}^2 A$$
$$\rightarrow I_{y-y} = I_C + \bar{x}^2 A$$

1/2

حاصلضرب ماند نسبت به دستگاه مختصات:

$$I_{xy} = \int_A xy\,dA \rightarrow I_{xy} = \bar{I}_{xy} + \bar{x}\bar{y}A$$

$$\bar{I}_{xy} = \int_A (x-\bar{x})(y-\bar{y})\,dA$$

اگر یکی از محورهای مرکزی محور تقارن سطح باشد: $\bar{I}_{xy} = 0$

نیروی وارد شده بر یک صفحه افقی:

$$dF = \rho \frac{g}{g_c} h\,dA \rightarrow F = \rho \frac{g}{g_c} hA$$
$$F \cdot y_p = \int y\,dF = \rho \frac{g}{g_c} hA\bar{y} \rightarrow \bar{y} = y_p \quad , \quad F \cdot x_p = \int_A x\,dF = \rho \frac{g}{g_c} h A \bar{x} \rightarrow \bar{x} = x_p$$

$$dF = \rho \frac{g}{g_c} h\,dA$$

نیروی وارد شده بر یک صفحه مایل

$$dF = \rho \frac{g}{g_c} y \sin\alpha\,dA \rightarrow F = \rho \frac{g}{g_c} \sin\alpha\,\bar{y}A = \bar{P}A$$

(فشار در مرکز سطح)

$$\bar{h} = \bar{y}\sin\alpha$$

$$y_p \cdot F = \int y\,dF = \rho \frac{g}{g_c} (\bar{y}\sin\alpha) A y_p \rightarrow y_p = \bar{y} + \frac{I_G}{\bar{y}A}$$

$$x_p \cdot F = \int x\,dF = \rho \frac{g}{g_c} (\bar{y}\sin\alpha) A x_p \rightarrow x_p = \frac{\bar{I}_{xy}}{\bar{y}A} + \bar{x}$$