معمولاً سوال میاد و معادله غیر استاندارد رو استاندارد بکن.

انواع رویه های درجه ۲ استاندارد:

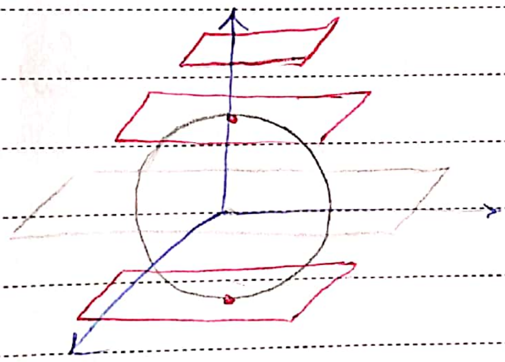
الف) علامت A، B و C یکی باشه: کره $\leftarrow$ $A=B=C$ $\leftarrow$ کره حالت خاصی از بیضی گون است

بیضی گون

① کره: $(x-x_0)^2+(y-y_0)^2+(z-z_0)^2=d^2$ کره ای به مرکز (x_0,y_0,z_0) و شعاع d

Ⅰ فصل مشترک کره و صفحات موازی با صفحه xy؟ خودمون برای سادگی مرکز کره رو مبدا مختصات در نظر میگیریم:

تهی، نقطه، دایره.



Ⅱ روش ریاضی:

$$\begin{cases} x^2+y^2+z^2=d^2 \\ z=z_1 \end{cases} \Rightarrow x^2+y^2+z_1^2=d^2 \Rightarrow x^2+y^2=d^2-z_1^2$$

$d^2-z_1^2<0 \leftarrow d<z_1 \ ، \ -d>z_1$: مجموعه جواب تهی

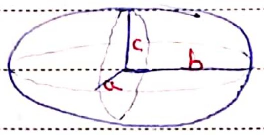
$d^2-z_1^2=0 \leftarrow d=z_1 \ ، \ z_1=-d \Leftarrow x^2+y^2=0 \leftarrow x,y=(0,0)$

$d^2-z_1^2>0 \leftarrow -d<z_1<d \leftarrow x^2+y^2=a^2$: دایره

Subject:

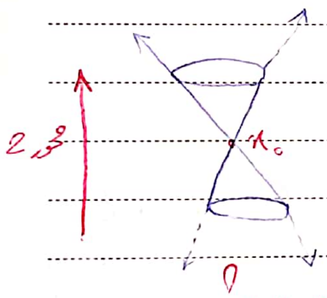
Year. Month. Date. ( )

۲) بیضی‌گون $\left(\frac{x-x_0}{a}\right)^2+\left(\frac{y-y_0}{b}\right)^2+\left(\frac{z-z_0}{c}\right)^2=1$



سوال کره را برای xz و yz و بیضی‌گون هم سه تاش رو حل کن و برای همه‌ی بقیه‌ی رویه‌ها،

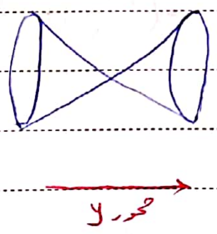
ب) علامت A و B و C هم‌زمان یکی نباشد (و صفر هم نباشند) $\left.\right\}$ مخروط / هذلولی‌گون



۳) مخروط: $\left(\frac{x-x_0}{a}\right)^2+\left(\frac{y-y_0}{b}\right)^2=\left(\frac{z-z_0}{c}\right)^2$

ضریب z^2 با x^2 و y^2 هم علامت نیست یعنی محور ایستادن شکل در راستای محور z می‌باشد.

ضرایب

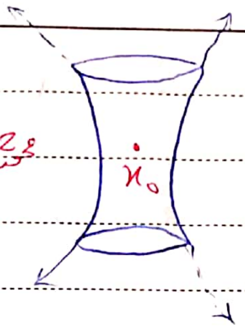


$\left(\frac{x-x_0}{a}\right)^2+\left(\frac{z-z_0}{c}\right)^2=\left(\frac{y-y_0}{b}\right)^2$

۴) هذلولی‌گون $\left.\right\}$ یک پارچه / دو پارچه

Subject:
Year. Month. Date. ( )

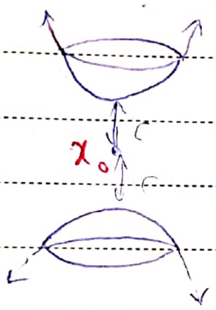
یکپارچه → محور z



$$\left(\frac{x-x_0}{a}\right)^2+\left(\frac{y-y_0}{b}\right)^2-\left(\frac{z-z_0}{c}\right)^2=1$$

راستای ایستادن

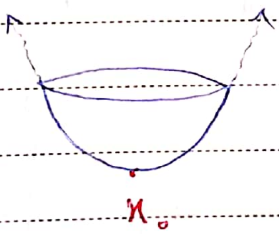
$$-\left(\frac{x-x_0}{a}\right)^2-\left(\frac{y-y_0}{b}\right)^2+\left(\frac{z-z_0}{c}\right)^2=1 \leftarrow \text{دو پارچه}$$



۵ سهمی‌گون → بیضوی، هذلولوی

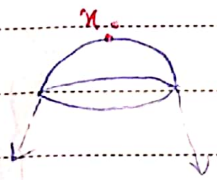
۶ استوانه

ج) اگر $ABC = \Delta = 0$



میشه جای x, y, z رو عوض کرد

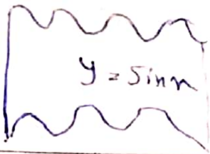
$$z-z_0=\left(\frac{x-x_0}{a}\right)^2+\left(\frac{y-y_0}{b}\right)^2$$ سهمی‌گون بیضوی



$$z_0-z=\left(\frac{x-x_0}{a}\right)^2+\left(\frac{y-y_0}{b}\right)^2$$

۵

Subject:

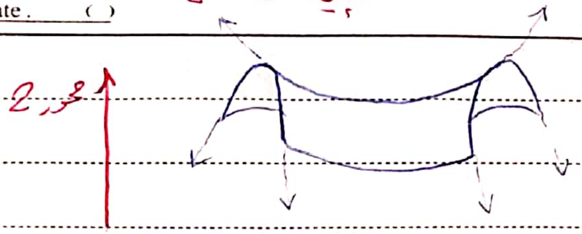


Year. Month. Date. ( )

* در حالت کلی به معادله استوانه، از سه متغیر تنها دو متغیر ظاهر می‌شود

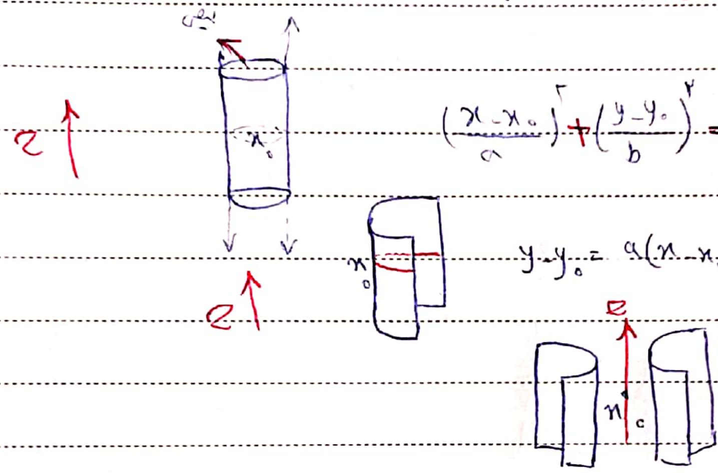
همچنین شکلی رو مثل استوانه

سهمی‌گون هذلولوی (زینی)



$$z-z_0=\left(\frac{y-y_0}{b}\right)^2-\left(\frac{x-x_0}{a}\right)^2$$

محور y (راستای اسب)



۶ استوانه

بیضوی ← $\left(\frac{x-x_0}{a}\right)^2+\left(\frac{y-y_0}{b}\right)^2=1$

سهموی ← $y-y_0=a(x-x_0)^2$

هذلولوی ← $\left(\frac{y-y_0}{b}\right)^2-\left(\frac{x-x_0}{a}\right)^2=1$

بیضی‌گون ← $x^2+4y^2+4z^2=9 \rightarrow \left(\frac{x}{3}\right)^2+\left(\frac{y}{\frac{3}{2}}\right)^2+\left(\frac{z}{\frac{3}{2}}\right)^2=1$

$(0,0,0)$

$3,\ \frac{3}{2},\ \frac{3}{2}$

" استاندارد سازی رویه‌ها "

پیش‌نیاز جبر خطی:

• مقدار عددی λ را مقدار ویژه ماتریس $A_{n\times n}$ می‌نامیم هرگاه $\underbrace{|A-\lambda I_{n\times n}|=0}_{\text{معادله مشخصه}}$

• بردار V بردار ویژه متناظر با مقدار ویژه λ برای $A_{n\times n}$ نامیده می‌شود هرگاه $AV=\lambda V$

غیر صفر

2000

Subject:
Year. Month. Date. ( )

بردار ویژه و مقادیر ویژه؟ $A=\begin{bmatrix}3&1\\4&3\end{bmatrix}$ ؟

$$\begin{bmatrix}3&1\\4&3\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}\lambda&0\\0&\lambda\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}3-\lambda&1\\4&3-\lambda\end{bmatrix}\to(3-\lambda)^2-4=0\to\begin{cases}\lambda=1\\\lambda=5\end{cases}$$

بردار ویژه متناظر با $\lambda_1=1$

بی نهایت بردار ویژه روی این خط وجود دارد

$$\begin{bmatrix}3&1\\4&3\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}$$

$$\begin{cases}3x+y=x\\4x+3y=y\end{cases}\to y=-2x\to v_1=(1,-2)$$

کافی است ۱ در نظر بگیریم و نماینده این خط

$\lambda_2=5$

$$\begin{cases}3x+y=5x\\4x+3y=5y\end{cases}\to y=2x\qquad v_2=(1,2)$$

نکته: اگر $A_{n\times n}$ متقارن باشد آن گاه دقیقاً n بردار ویژه مستقل خطی دارد.

نکته: $A_{n\times n}$ متقارن قطری شدنی است یعنی

$$\exists C_{n\times n}, C^{-1}: \quad C^{-1}AC=D_{n\times n}=\begin{bmatrix}\ddots&0\\0&\ddots\end{bmatrix}$$

مقادیر ویژه A

$$C=\begin{bmatrix}v_1&\cdots&v_n\end{bmatrix}$$

بردارهای ویژه A

2000