

حل تمرین هندسه ی اقلیدسی و نا اقلیدسی

Subject

Year:

Month:

Date:

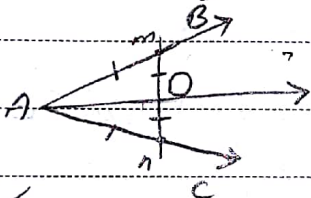
تاریخ تصدیق: ۱۳۹۳

۱. اصطلاحات زیر را تعریف کنید:

الف) نقطه ی M وسط پاره خط AB هرگاه نقطه ی M از پاره خط AB از دو سر پاره خط یعنی A و B به یک فاصله باشد.
 آنرا M را نقطه ی وسط پاره خط AB گوئیم.

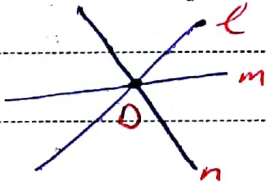
ب) عمود منصف پاره خط AB یعنی آن خطی که از نقطه ی وسط M هر دو ضلع AM و BM را برابری
 وسط پاره خط AB باشد و خط l را چنان رسم کنیم که از نقطه ی M بگذرد و نیم خط MC روی l چنان باشد که زاویه ی $\angle CMA = \angle CMB$ قائم شود آنرا عمود منصف AB گوئیم.

ج) نیم خط AO نسبتاً از ABC (نقطه مفروضه O بین A و C است) چنانچه زاویه ی $\angle A$ و $\angle C$ را برابری
 زاویه ی آن \vec{AB} و \vec{AC} باشند. m و n را روی اضلاع AB و AC چنان انتخاب کنیم که $Am = An$ باشد
 نقطه ی وسط پاره خط mn را O فرض کنیم از این A به O وصل کردیم نیم خط AO را رسم کنیم در این صورت
 AO نسبتاً از زاویه ی \hat{A} می باشد.



د) هر خطی نقاط A ، B و C سه نقطه A و B و C را چنان داریم که AC چنان رسم شود است که B مابین A و C قرار دارد.

ه) اگر سه خط l ، m و n هر دو را عمود بر یک نقطه O به طور همزمان قطع کنیم آن سه خط متعامدند.



۲. اصطلاحات زیر را تعریف کنید:

الف) مثلث ABC حاصل از سه نقطه غیر هم خط A ، B و C سه نقطه A و B و C چنان داده شده اند که هر یک از
 ضلعها و چنان داده شده اند که پاره خط های AB ، AC و BC هیچ گونه نقطه مشترکی ندارند و فقط در یک انود دو سر هستند.
 سه ضلعی را که چنین تعریف کردیم که از سه پاره خط یاد شده در دست آمده که این سه پاره خط اضلاع آن و این چهار نقطه رئوس آن
 نامیده می شوند مثلث نام دارد.

SALEH

ب) رأس‌ها اضلاع و زواياها ΔABC (۱۱ اضلاع) باره خط هستند نه خط.
 رأس‌ها و اضلاع و قسمت‌ها التي تعرفت.

5

ج) ضلع‌های مقابل به ΔABC و مجاور به رأس A از ΔABC - چنانچه ABC به مثلث باشد ضلع مقابل به رأس A عبارت است از ضلعی که رویه روی A قرار می‌گیرد باید بجای آن ضلعی است که حرف A در آن قرار ندارد یعنی BC .
 اضلاع مجاور به رأس A عبارت است از اضلاعی که روی نیم خط‌های قرار دارد که از رأس A خارج می‌شود.

10

د) میانه‌های یک مثلث (مسئله ۱۸) میانه‌های یک مثلث عبارت است از باره خط‌های کشیده که از رئوس خارج می‌شوند و ضلع مقابل به رأس را به دو نیمه‌ی قابل انطباق تقسیم می‌کند.

ه) ارتفاع‌های یک مثلث (مسئله ۱۹) ارتفاع‌های یک مثلث عبارت است از باره خط‌های کشیده که از رئوس خارج می‌شوند و بر ضلع مقابل به رأس یا امتداد آن عمود می‌شوند. هر باره خط‌های یک ضلع مقابل عمود است.

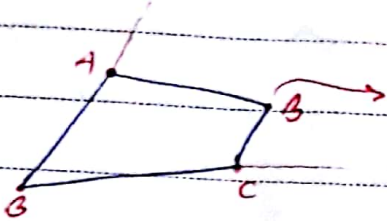
15

و) مثلث متساوی الساقین و قائمه و زواياها مجاور به قاعده.
 مثلث متساوی الساقین: عبارت است از مثلثی که در آن دو ضلع آن قابل انطباق باشند.
 قائمه: باره خطی از مثلث که ارتفاع بر خطی شامل آن عمود می‌شود.
 زواياها مجاور به قاعده: زوايايی که یک ضلع زوايايی آن جزئی است از خطی که مساوی قاعده است.

20

ز) مثلث متساوی الاضلاع: عبارت است از مثلثی که هر سه ضلع آن قابل انطباق باشند.
 ح) مثلث قائم الزاویه: عبارت است از مثلثی که یک زاویه بی آن قائمه باشد.

الف) زاویه های A, B, C, D در دو ضلع چهار ضلعی را به صورت $\hat{A}, \hat{B}, \hat{C}, \hat{D}$ در نظر بگیریم زاویه های ایجاد شده توسط خط ها را به زاویه های $\hat{1}, \hat{2}, \hat{3}, \hat{4}$ در خط ها درون آن می افتد زاویه های چهار ضلعی A, B, C, D نام دارد.



زاویه های $\hat{1}, \hat{2}, \hat{3}, \hat{4}$

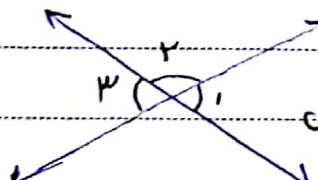
ب) اضلاع AB, BC, CD, DA ضلع های یاد شده در تعریف چهار ضلعی A, B, C, D دارای نقطه ی مشترک به نام O بودند.

ج) اضلاع AB, BC, CD, DA ضلع های یاد شده در تعریف چهار ضلعی A, B, C, D دارای نقطه ی مشترک نبودند.

د) قطر های A, B, C, D عبارت است که با دو ضلعی که دور آن از چهار ضلعی را به هم وصل کرده و ضلعی از چهار ضلعی نیست.

ه) یک متوازی الاضلاع (از زاویه ها) (موازی) (متساوی) (مساوی) عبارت است از چهار ضلعی که اضلاع رو به روی آن دو به دو برابر هم موازی اند.

الف) طبق تعریف دو زاویه ی $\hat{1}$ و $\hat{2}$ و دو زاویه ی $\hat{3}$ و $\hat{4}$ مکمل یکدیگرند لذا $\frac{\hat{1} + \hat{2}}{2}$ و $\frac{\hat{3} + \hat{4}}{2}$ زاویه ای قائمه اند چون که طبق تعریف به ترتیب با مکملشان یعنی $\frac{\hat{2} + \hat{3}}{2}$ و $\frac{\hat{1} + \hat{4}}{2}$ قابل انطباق اند. از طرفی طبق اصل چهارم (مساوی) قائمه یکدیگر قابل انطباق اند. داریم:



$$\frac{\hat{1} + \hat{2}}{2} \cong \frac{\hat{3} + \hat{4}}{2} \rightarrow \hat{1} + \hat{2} \cong \hat{3} + \hat{4} \rightarrow \hat{1} \cong \hat{3}$$

تعریف دو زاویه ی متقابل به راس: دو زاویه ای که راس های آنها یکی باشد و اضلاع نظیر با هم متقابل باشند.