پس در کل می‌توان نوشت:

$$\frac{DB}{Dt} = \int_{S(t)} \beta(x_{k'},t)\,\rho(x_{k'},t)\,\vec{u}\cdot\hat{n}\,ds + \int_{\forall(t)} \frac{\partial}{\partial t}\left[\beta(x_{k'},t)\,\rho(x_{k'},t)\right] d\forall$$

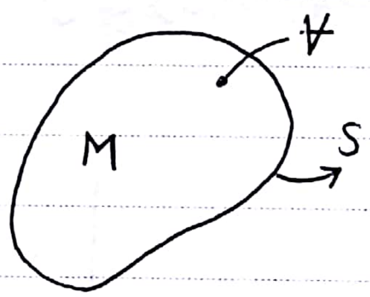
Conservation of mass: بقای جرم:

تفاوت جامد و سیال این است که در جامد deformation برابر می‌شود ولی در سیال deformation rate برابر می‌شود.

فرض‌ها: – Newtonian Mechanics – Medium is a continuum – conservation of Mass

خاصیت جرم کنترل $B := M \Rightarrow \beta = 1$

از بقای جرم داریم: $\frac{DM}{Dt} = 0$



از انتقال رینولدز داریم:

$$\int_{S(t)} \rho u\cdot\hat{n}\,ds + \int_{\forall(t)} \frac{\partial \rho}{\partial t}\,d\forall = 0$$

با استفاده از قضیه گرین می‌توان انتگرال سطح را به حجم تبدیل کرد.

$$\int \left[\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_k}(\rho u_k)\right] d\forall = 0$$

Subject:
Date

حال اگر یک نقطه مادی را به عنوان حجم کنترل فرض کنیم باز هم رابطه‌ی بدست آمده درست خواهد بود.

پس می‌توان به اتحاد زیر رسید.

چون حجم دلخواه است

$$\int_{\forall}\left[\frac{\partial \rho}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x_k}(\rho u_k)\right]d\forall=0 \Rightarrow \frac{\partial \rho}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x_k}(\rho u_k)\equiv 0$$

← اگر فرض کنیم انتگرال (عبارت داخل انتگرال) به این خاطر صفر است که مقادیری از آن منفی است و مقادیری دیگر مثبت است و جمع آنها صفر می‌شود. در این صورت می‌توان حجم را کوچک‌تر فرض کرد و داخل فضای منفی مطلق یا مثبت مطلق حرکت داد در این صورت صفر نمی‌شود که این خلاف بقای جرم و فرض اولیه است پس در کل این فرض درست نیست.

بقای جرم:

فرم انتگرالی:
$$\int_{\forall}\frac{\partial \rho}{\partial t}d\forall+\int_{S}\rho u\cdot\hat{n}\,ds=0$$

فرم دیفرانسیلی:
$$\frac{\partial \rho}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x_k}(\rho u_k)=0$$

Subject:
Date

فرض ساده شده :

$\rho = cte$: incompresible fluid $\Rightarrow \vec{\nabla} \cdot \vec{u} = 0$ or $u_{k,k} = 0$

فرم دیگر:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_k}(\rho u_k) = 0 \Rightarrow \frac{\partial \rho}{\partial t} + (\rho u_k)_{,k} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho_{,k} u_k + \rho u_{k,k} = 0 \Rightarrow \frac{D\rho}{Dt} + \rho u_{k,k} = 0$$

اگر $\frac{D\rho}{Dt} = 0$ باشد، یعنی ρ در مسیر حرکت نقطه مادی ثابت است و اگر $\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$ باشد

یعنی ρ در زمان ثابت است.

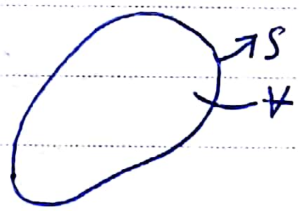
(در کل اگر $\frac{DB}{Dt} = 0$ باشد، خاصیت B در مسیر حرکت نقطه مادی ثابت است یعنی مشتق مادی

تغییرات خاصیت را در مسیر حرکت نقطه مادی می دهد)

$$\frac{D\rho}{Dt} = 0 \Rightarrow \rho = cte \text{ on path line}$$

Conservation of Linear Momentum: بقای تکانه خطی

تغییر شکل دادن سیستم سیال ناقض قانون دوم نیوتن نیست

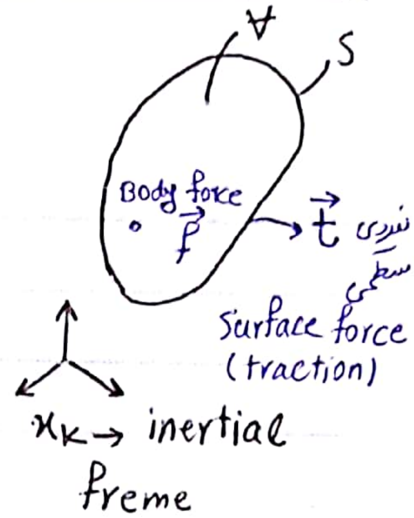


پس می توان از این قانون استفاده کرد به شرطی که از دستگاه مختصات

لخت استفاده کرد.

Subject:
Date

انواع نیروی اثرگذار:



External forces
- Surface forces — ۱- نیروهای سطحی
- Body forces — ۲- نیروهای حجمی

Internal forces — ۳- نیروهای داخلی

وجود نیروهای داخلی به خاطر نیروهای خارجی است و چون شکل خنثی می‌شوند. در معادلات بقای تکانه خطی از نیروهای خارجی استفاده می‌شود.

$$F = \frac{dP}{dt}$$

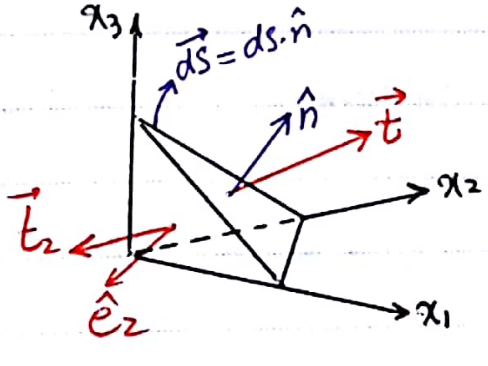
برای بدست آوردن معادله بقای مومنتوم داریم:

$$\frac{D}{Dt}\int_{\forall} \rho \vec{u}\, d\forall = \int_{S} \vec{t}\, ds + \int_{\forall} \rho \vec{f}\, d\forall$$

$\vec{f} \to$ body force per unit mass

$\vec{t} \to$ traction (surface force per unit area)

$\vec{f} = \vec{g}$ ← اگر فقط نیروی جاذبه باشد



$$\vec{t} = \sigma_{kl}\, n_k\, \hat{e}_l$$